編 者 緒 言

本書は，藤原松三郎著「代数学」第一巻および第二巻を現代仮名遣いに改め，術語の一部を現在ひろく用いられているものに置き換えたものである．

本書の第一巻は 1928 年に，第二巻は 1929 年に刊行されたが，それは二十世紀の代数学の教科書のスタイルを根本的に変えた van der Waerden の “Moderne Algebra” が出版される直前であった（同書第 I 巻は 1930 年，第 II 巻は 1931 年の刊行）．また，我が国において代数学の古典として読み継がれてきた高木貞治による「初等整数論講義」および「代数学講義」はそれぞれ 1930 年，31 年に出版されている．今日の目で眺めたとき，これらのことが本書をその組立てにおいて，また，内容において極めて独自なものとしている．

本書の特徴として，代数学全般にわたり基礎的理論を詳述し，かつ高度な内容にまで説き及んでいるだけでなく，概念導入にあたりその背景を説明し具体例を挙げるなど丁寧な叙述をしているため，自修書としても適していると言えよう．さらに，第八章および第九章で系統的に論じられている Fourier の定理，Sturm の定理あるいは Routh–Hurwitz の定理など代数方程式の根の分布に関する理論や Newton 法や Horner 法などの近似解法は，現代の大学の学部教育で教えられることは稀であるが，力学系理論，物理学や工学等において重要であり，これらの方面の専門家にとっても貴重な参考書となっている．また，原著は巻末に補遺を追加して，本文の訂正や文献の追加を行っている．特に，最後に加えられた補遺は，江戸時代に和算家が得た諸結果を本巻で展開されている西洋数学の成果と対比したもので，著者が心血を注いだ和算史研究の成果の一端を知ることができる．本改訂版では「和算家による独創的成果」と題を改めて収録した．

術語については，著者が独語，英語等から直接訳出したものも相当数あると思われる．そのため，第二巻序言でも述べられているように，他書とは異なる術語が散見され，その中には定着しなかったものもある．本改訂版では，「方列」を「行列」とするなど，それらを現在標準的に用いられているものに置き換えた．しかしながら，著者の

意図を尊重して，変更しなかったものや，敢えて広く流通しているとは言い難いものに置き換えた場合もあることをお断りしておく．例えば，原著では「整函数」は，「多項式」(「整式」とも言う) を指しているが，数論における整数と有理数に対応するものとして，整函数と有理函数と呼ぶことには充分な正当性があると考える．しかし現在では，専ら複素平面上で正則な関数を整関数と呼んでいるのを考慮して，本改訂版では原著にもある「有理整関数」を採用することとした．

編者らの浅学非才のため，思わぬ誤解から却って原著の明晰性を損ねてはいないかと恐れる．読者の叱正を俟って改訂をしていく所存である．

改訂にあたり術語や文献についてご教示いただいた都築暢夫東北大学教授に感謝の意を表したい．

2019 年 1 月

編著者

第2巻 編者緒言

本書は，藤原松三郎著「代数学」第二巻を現代仮名遣いに改め，術語の一部を現在ひろく用いられているものに置き換えたものである．

原著第二巻初版が出版されたのは 1929 年であった．以来九十年の間に代数学は大きく発展し，かつ変貌を遂げた．就中，二十世紀中葉までに数学の抽象化が著しく進行し，数学の叙述の仕方にも大きな影響を及ぼした．しかし，抽象化を推進した人々は二十世紀初頭までに蓄積された近代数学の成果を熟知していたことを忘れてはならない．本書では代数学と数論について講じられているが，著者は巻末の「結語」において，数論とは数の個性に関する学問であり，代数学とは要素間に加減乗除の四則演算（もしくはその一部）が許される集合の形式を論ずる学問であると総括している．つまり，近代的代数学とは，数のもつ性質を抽象して構築されたものである．同時に，群論，環論，体論という代数学の核となる理論が一旦確立されると，数の個性についてもこれらの理論的枠組みの中で論じられていくことになる．本書第一巻で展開された数と代数方程式に関する古典的理論を踏まえて，第二巻では，代数方程式の代数的可解性についてのガロアの理論など近代的代数学の中心的話題を丁寧に講述する．代数的可解性とは，加減乗除の四則演算と冪根をとる操作を有限回行って得られる数の性質であるから，数論の問題でもある．ここに数の個性を抽象的枠組みの中で論じる必然性が生まれる．代数的整数の理論を述べた第 16 章では「イデアル」が導入された経緯を詳細に説くことから始まっている．さながら，近代代数学の建築過程を目撃する思いである．本書が優れた自修書として位置付けられる所以である．

術語については，著者が独語，英語等から直接訳出したものも相当数あると思われる．そのため，本巻序言でも述べられているように，他書とは異なる術語が散見され，その中には定着しなかったものもある．本改訂版では，「方列」を「行列」とするなど，それらを現在標準的に用いられているものに置き換えた．しかしながら，著者の意図を尊重して，変更しなかったものや敢えて広く流通しているとは言い難いものに置き換えた場合もあることをお断りしておく．例えば，原著では「整函数」は，「多項式」

(「整式」とも言う) を指しているが，数論における整数と有理数に対応するものとして，整函数と有理函数と呼ぶことには充分な正当性があると考える．しかし現在では専ら，複素平面上で正則な関数を整関数と呼ぶのを考慮して，本改訂版では原著にもある「有理整関数」を採用することとした．

また，代数学の発展の過程で，例えば「同型」のように術語の意味が変わってきたものもあれば，「不変部分群」のように基本語であるにもかかわらず用いられなくなってきたものもある．これらは現代的な群論をすでに学んだ読者にとっては却って理解を妨げることにもなりかねないため，改訂にあたり現代的な用語に置き換えるとともに，解説のための一節を設けることにした．

編者らの浅学非才のため，思わぬ誤解から却って原著の明晰性を損ねてはいないかと恐れる．読者の叱正を俟って改訂をしていく所存である．

改訂にあたり術語や文献についてご教示いただいた都築暢夫東北大学教授に感謝の意を表したい．

2020 年 1 月

編著者

編 者 附 言

数学の理論は，最初具体的な問題を解くために考案された技巧や発見された着眼点が他の問題にも適用可能と分かると，より包括的な方法論として定式化され，発展していくものである．ガロアが群論に基づく代数方程式論を追求してから本書が上梓されるまで，ほぼ100年が，また，ガウスのDisquisitionesの出版（1801年）から数えて130年弱が経過している．この間，近代的代数学は著しく発展し，大きな理論として成長した．本書はその成果を体系的に叙述したものである．本書に盛り込まれた内容は，90年後の現代の数学を理解する上での基礎的素養として十分であると言えよう．

しかしながら，本書刊行後に起きた数学の抽象化は理論の構築方法にも大きな影響を与え，代数学の教科書の形式も大きく変わった．例えば，現代の標準的な代数学の教科書では，最初の数章は「群論」,「環論」,「体論」の順で展開され,「ガロア理論」に接続されていく．そのような教科書で学んだ後で本書を繙いて戸惑われている読者も少なくないと思われる．その理由の一つは，理論構成の方法の違いにあるものと推測される．そこで，本附言では，本書の構成と現代的な構成との違いを解説し，理解の一助としたい．

まず，現代の数学の全般を貫く一つの共通した考えは，同値関係によって集合の要素を分類するというものである．集合 M の任意の二つの要素 a, b に対し，次の条件を満たす「関係」$\sim$ が定義されたとき，$\sim$ を同値関係と呼ぶ：

(1)　$a \sim a$　（反射律）

(2)　$a \sim b$ ならば $b \sim a$　（対称律）

(3)　$a \sim b$ かつ $b \sim c$ ならば $a \sim c$　（推移律）

同値関係 $\sim$ が与えられたとき，$a \sim b$ ならば，a と b とは同値であるという．各要素 $a \in M$ に対し，a と同値な要素の全体を $C_\sim(a)$ と書き，これを a の（同値関係 $\sim$ に関する）同値類と呼ぶ．M の要素は，いずれか一つの $C_\sim(a)$ に属するが，異なる二つ以上の同値類に属することはない．このようにして，同値関係 $\sim$ によって集合 M の要素を分類することができる．

もちろん，本書でも同値関係による分類は至るところで行われているが,「同値関係

による分類」の操作そのものを抽象して，一つの方法として最初に提示しているのではなく，個々の同値関係を導入するごとに分類を行うという順序で述べていくのである．他方，現代的な組み立ては，まず，同値関係による分類という考えを述べ，この大方針に従って，なるべく早く同値関係を導入し，分類を行うことを主眼にする．なぜなら，（群，環，体などの）代数的構造を備えた集合 M が，同値関係の定義の仕方によっては，それに伴う同値類の全体からなる族がまた同様の代数的構造をもつからである（正規部分群による剰余類が群をなすように）．

改訂新編では基本的な術語も改めた．それらは理論の構成と密接に関係するであろうから，ここに説明を加えておきたい．

§10.10「正規部分群」は原著では「不変部分群」と呼ばれている．群 G の部分群 H が，すべての $t \in G$ に対して $t^{-1}Ht = H$ を満たすとき，原著では，H を不変部分群と呼ぶ．これはすべての共役変換（内部自己同型）$h \mapsto t^{-1}ht$ の不変集合となっている部分群という意味であり，自然な名称と言えるであろう．また，原著では，G の元 t を与えたとき，共役変換 $h \mapsto t^{-1}ht$ の不動元の全体からなる部分群 $K = \{k \in G \mid t^{-1}kt = k\}$ を t の不変群と呼ぶが，これは現代では，中心化群，正規化群と呼ばれるものである．さらに，G の部分群 T に対し，$H = \{g \in G \mid g^{-1}Tg = T\}$ を T の不変群と呼んでいるが，これは現代では H の正規化群と呼ばれている．一方，部分群 H が与えられたとき，$t^{-1}s \in H$ ならば $s \sim t$ と定めることにより一つの同値関係が得られる．この同値関係による同値類が H を法とする剰余類（副群）であるが，剰余類の全体が一つの群（因子群，商群，剰余類群と呼ばれるもの）をなすための必要充分条件が H が正規部分群であることである．上述のように，「分類」を重視する立場からは，剰余類から群をつくるという機能に着目した名称として正規部分群が採られたものと思われる．

§10.12「準同型」および「同型」は原著では「重複同型」および「単一同型」と呼ばれている．これらは現代の術語でいう homomorphism と isomorphism を翻訳したものであるが，元来 homo も iso も「同じ」という意味である．（Longman Dictionary of Contemporary English によれば，*homo* は the same，*iso* は the same all through or in every part, equal を意味する接頭辞である.）

原著は，「同じ」を重視してどちらも「同型」とし，写像が一対一であるか，そうで

ないかを区別する言葉を付加して訳し分けている．索引並びに和英独対訳においては，重複同型を isomorph，単一同型を homomorph としているが，原著第三版につけられた文献補遺 (§10.12, p.20) の中で「最近では isomorph と homomorph とが逆に使われ出した．ドイツ書を読まれる方は注意を要する.」と述べている．結局，現在では，homomorphism が準同型写像，isomorphism が同型写像を指すものとして，原著の時代とは入れ替わって定着している．

二つの群 G, G' が同型 (isomorphic) であるとは，集合としては異なっても，群として全く同じものであることを指している．一方，G が G' に準同型 (homomorphic) であるならば，G の演算を G' の演算として解釈できる．ただし，どれくらい精密に解釈しているかに関しては問わないから，G のすべての元を G' の単位元に対応させるという極端なものまで許容している．最も精密な解釈は，一対一，すなわち G の相異なる元を G' の異なる元に対応させるものである．最も粗い解釈は，すべてを単位元に対応させるもので，これは G を一点に圧縮するものと言える．これらの中間に，ある同値関係に関する同値類を一点に圧縮して対応させるものが考えられ，分類基準の疎密に応じて圧縮の比率が定まると解釈できる．従って homomorphism の背後には分類という操作が控えていると言えよう．

序　　言

本書二巻を以て数論および代数学の大要を論じ得たと信じます．これだけの知識によれば，読者が現今発表される諸論文に接してもそれらを了解するにさして困難を覚えないでしょう．

欧米に流布する代数学書の多くは一部に精にして一部に粗なるの憾がないでもありませぬ．例えば有名な H. Weber, Algebra では単因子論はほとんど欠けており，不変式論も頗るあっさりと論じられています．全体を通じて均斉を得ているのは Dickson, Modern algebraic theories でありましょう．これは極めて簡潔ですが，この種の書は他に成書の少ない我邦においては少しく簡単に過ぎると考えます．著書はこれらのことを考えに入れて本書の内容を塩梅したつもりであります．唯第二巻の方は圧縮が足らぬためか，頗るしまりのない厖大なものになってしまったのは遺憾であります．これは機を得てもっと余計の部分を削りたいと思っています．

本書で用いた術語は暫定的のものでありまして，より適切なものに遭遇すれば，著者は喜んで改めたいと考えています．竹内博士の輓近高等数学講座中の群論初歩，並びに園博士の高等代数学第一巻群論の出たときは，本書の群論の部分の校正はすでに終了しあるいは終了せんとしつつありました．これがためにこれら二書を引用し，かつそれらの術語を参考するを得なかったのは残念であります．本書の術語が竹内，園両博士の与えられた術語と多くの点で相違しているのは，ことさらに異を樹てたのではありませぬ．

本書の完成に対し，校正に浄写に，多大の援助を与えられた柳原吉次，市田朝次郎，泉信一の三君にここに深く感謝の意を表します．

昭和四年二月仙台に於て

藤 原 松 三 郎